

Über die Ausbreitung von Stoßwellen elektrischer Drahtexplosionen in Wasser

R. Schöfer, U. Seydel und H. Jäger

Institut für Experimentalphysik der Universität Kiel

(Z. Naturforsch. **32 a**, 736–745 [1977]; eingegangen am 8. April 1977)

On the Propagation of Shock Waves of Wire Explosions in Water

Pressure profiles of shock waves of underwater wire explosions are recorded by means of piezo-resistive pressure probes at different distances from the wire. Basing on an expansion of the theory of Brinkley and Kirkwood the time behaviour of characteristic quantities of the shock waves for a large interval of the travelling distance can be determined by only a few measured values. In this way also statements may be made about the behaviour of the shock wave at those distances at which direct measurements are not possible. Furthermore, conclusions on the conditions for the formation of the shock wave can be made.

Einleitung

Die Stoßwellen elektrischer Drahtexplosionen sind in zweierlei Hinsicht von Interesse: einmal bei Bestimmungen der bei einer Drahtexplosion vom Drahtmaterial effektiv aufgenommenen Energie. Die Kenntnis dieser Energie ist immer dann notwendig, wenn Zustandsgrößen unter den bei der Aufheizung erreichten extremen thermodynamischen Bedingungen ermittelt werden sollen. Dazu müssen alle Energieverluste – wozu in erster Linie die Stoßwellenenergie gehört – von der gemessenen elektrischen Energieeinkopplung abgezogen werden. Eine weitere Bedeutung hat die Stoßwellenenergie bei der Anwendung von Drahtexplosionsstoßwellen zu Deformationszwecken nach dem Hydrosarkverfahren bzw. bei Simulationsexperimenten dazu.

In beiden Fällen werden die Explosionen zweckmäßigerweise in flüssigen, dielektrischen Medien, am einfachsten in Wasser, durchgeführt. Im ersten Fall gelingt damit eine Verzögerung der Expansion des Drahtmaterials und der Ausbildung von Instabilitäten. Gleichzeitig werden – insbesondere bei hohen Ausgangsspannungen, wie sie zur Erreichung großer Energiedichten verwendet werden – Oberflächen- und Leitungen weitgehend unterbunden. Im zweiten Fall dienen derartige Umgebungsmedien zur Übertragung hoher Deformationsdrücke.

Energiebestimmungen von Drahtexplosionsstoßwellen in flüssigen Medien stoßen auf gewisse Schwierigkeiten. Die einfache Methode über die Messung des zeitlichen Verlaufes der Ausbreitungsge-

schwindigkeit der Stoßwelle, die in gasförmigen Umgebungsmedien unter der Voraussetzung einer kurzzeitigen Energieeinkopplung brauchbar ist¹, kann in flüssigen Medien erst bei Drücken oberhalb von einigen 10^4 bar angewendet werden, da bei niedrigeren Drücken die Ausbreitungsgeschwindigkeit zu wenig vom Druck abhängt. Gleiches gilt auch für die Methoden, die auf einer Dichtebestimmung mittels Röntgenshattenverfahren oder optischer Schlierenaufnahmen basieren.

Auch die andere sich anbietende und bei Sprengstoffstoßwellen häufig herangezogene Methode über die Messung des Druckprofils ließ sich bisher bei Drahtexplosionsstoßwellen infolge der extrem kurzen Anstiegszeiten und der geringen Breiten der Stoßwellen nur unbefriedigend anwenden, da keine genügend „schnellen“ Drucksonden vorhanden waren. Die Anstiegszeiten von Unterwasser-Drahtexplosionsstoßwellen liegen im allgemeinen unter einer Nanosekunde. Die „Abklingzeiten“ [s. Gl. (2)] betragen unter üblichen Versuchsbedingungen größenordnungsmäßig etwa eine Mikrosekunde und sind damit vergleichbar mit den kürzesten Anstiegszeiten piezoelektrischer Hochdrucksonden. Seit einiger Zeit sind auf dem Markt wesentlich schnellere Drucksonden erhältlich. Sie besitzen Anstiegszeiten um etwa 100 nsec und beruhen auf dem piezoresistiven Prinzip. Die nachstehend beschriebenen Untersuchungsergebnisse sollen zeigen, daß sich mit solchen Sonden im Zusammenhang mit einer geeigneten theoretischen Behandlung des Problems recht genaue Energiebestimmungen durchführen lassen. Darüber hinaus können damit auf der Grundlage von nur zwei Druckregistrierungen der gesamte

Sonderdruckanforderungen an Dr. U. Seydel, Institut für Experimentalphysik der Universität Kiel, Olshausenstraße 40–60, D-2300 Kiel.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Energieverlauf und Änderungen anderer charakteristischer Stoßwellengrößen von der Drahtoberfläche ausgehend bis in relativ große Entfernungen erfaßt werden.

Erzeugung der Stoßwellen-Messung des Druckprofils

Abbildung 1 zeigt das Entladungsgefäß mit der eingebauten Drucksonde. Der Abstand der Sonde von der Drahtachse konnte bis zu 10 cm variiert werden. Die Drahtlängen wurden relativ groß gewählt (bis zu 25 cm), um auch bei hohen Ausgangsspannungen zu rasche „Wiederzündungen“ zu vermeiden. Das Entladungsgefäß hatte seitliche Fenster, durch die mit Hilfe einer Schlieren-Schmieranordnung das Ablösen der Stoßwelle von der Drahtoberfläche verfolgt werden konnte. Diese Anordnung wie auch die vorgenommenen Messungen der elektrischen Energieeinkopplung sind in früheren Arbeiten beschrieben^{2, 3}.

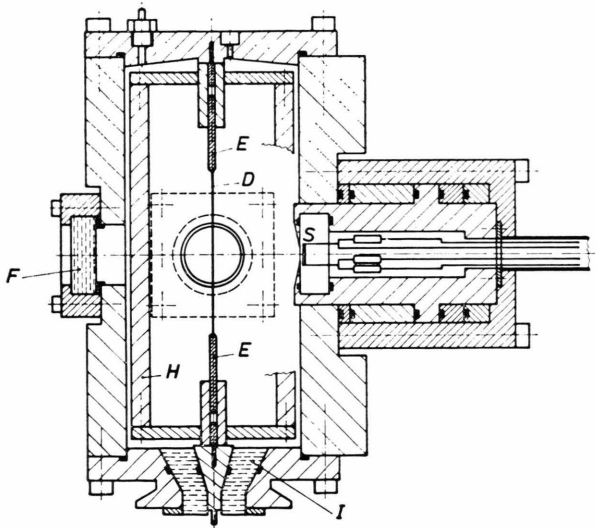


Abb. 1. Schnittbild des Entladungsgefäßes; E Elektroden, H Elektrodenhalterung, D Versuchsdraht, F Beobachtungsfenster, I Hochspannungsdurchführung, S Drucksonde.

Die Drähte wurden in einem koaxial gebauten Kondensatorentladungskreis explodiert ($C = 5,4 \mu\text{F}$, max. Ladespannung 35 kV, $L = 180 \text{ nH}$). Für die Messung des Druckprofils der Stoßwelle wurden verschiedene piezoresistive Sonden erprobt. Bezüglich Anstiegszeit und maximal registrierbarem Druck erwies sich letztlich eine Ytterbium-Sonde (Fa. Pulsar

Instruments, Typ F 41 Y) am besten geeignet. Die Abmessungen des druckempfindlichen Ytterbiumstreifens sind: $8 \times 0,3 \times 0,04 \text{ mm}^3$. Die Folie ist mit ihren Zuleitungen in einem Kunstharzblock eingegossen. Die Dicke der Kunstharzschicht vor der Folie beträgt etwa 0,5 mm. Der Widerstand der Folie ändert sich mit dem Druck in sehr reproduzierbarer Weise, wobei der Widerstand-Druck-Koeffizient bei Ytterbium relativ groß ist. Der nutzbare Druckbereich geht etwa bis 30 kbar. Die längliche Form der Folie erwies sich im vorliegenden Fall nicht als Nachteil, da sie so angeordnet werden konnte, daß die Stoßwellen weitgehend plan auf die Folienfläche auftrafen.

Bei der Auswertung der Druckregistrierungen mußte die Reflexion der Stoßwellen an der Grenzfläche Wasser/Epoxydharz berücksichtigt werden. Für das Verhältnis der Drücke bei der auftretenden und der durchgehenden Stoßwelle (P_a bzw. P_d) gilt näherungsweise

$$\frac{P_a}{P_d} = \frac{Z_d + Z_a}{2 Z_a} = 0,74 \quad (1)$$

(Z akustischer Widerstand).

Wegen des kleinen Ausgangswiderstandes der Folie (ca. 1Ω) und der – absolut gesehen – geringen Druckabhängigkeit (ca. 3%/kbar) sind für ein gut meßbares Spannungssignal relativ hohe Stromstärken (einige Ampère) erforderlich. Dieser Strom darf allerdings nur über kurze Zeit in Form eines Rechteckimpulses vorgegeben werden, um unzulässige Aufheizungen zu vermeiden. Damit das Drucksignal am Oszillographen gut erfaßt werden kann, muß der Spannungsabfall des vorgegebenen Impulses kompensiert werden.

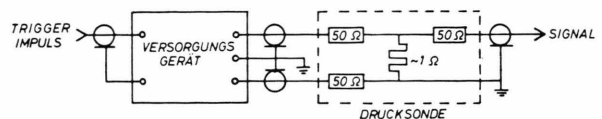


Abb. 2. Schaltung der Drucksonde.

In Abb. 2 ist eine Skizze der verwendeten Schaltung wiedergegeben. Die Zuleitungen vom Stromversorgungsgerät erfolgten erdfrei über zwei 50- Ω -Koaxialkabel, die mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen sind. Über ein weiteres, auf beiden Seiten abgeschlossenes Kabel wurde das Meßsignal einem Oszillographen mit Differenzverstärkereinschub (Tektronix 7503, Einschub 7 A 13) zugeleitet. An den

zweiten Eingang des Differenzverstärkers wurde die zur Kompensation des Rechteckimpulses notwendige Gleichspannung gelegt. Abbildung 3 zeigt ein Beispiel für die erhaltenen Drucksignale.

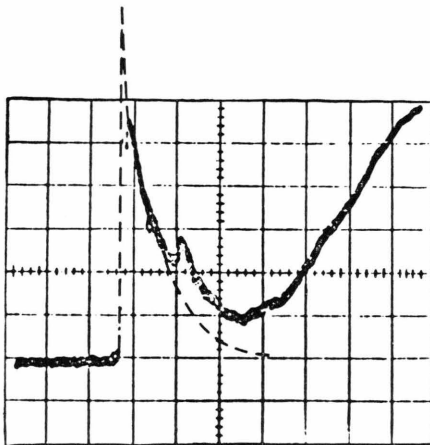


Abb. 3. Beispiel für die bei kleinen Abständen vom explodierenden Draht ($R = 2,7$ cm) erhaltenen Drucksignale [mit Korrektur nach Gl. (2), gestrichelt]. Zeitablenkung $1 \mu\text{sec}/\text{RE}$, Empfindlichkeit: $5 \text{ mV}/\text{RE} = 111 \text{ bar}/\text{RE}$.

Da die Druckregistrierung durch starke Störfelder beeinträchtigt wird, erfolgten die Messungen innerhalb des Zeitintervalls geringer Entladungsstromstärke („Strompause“). Der Mindestabstand der Sonde vom Draht (etwa 1 cm) war somit durch die Dauer des ersten Stromimpulses bestimmt. Um auch in größeren Abständen noch messen zu können, mußte eine „Wiederzündung“ vermieden werden. Dies konnte durch eine parallel zur Entladungsstrecke geschaltete Kurzschlußfunkenstrecke erreicht werden, die dann jeweils in einem genügend frühen Zeitpunkt gezündet wurde.

Theorie

Wie man aus Abb. 3 entnehmen kann, ist das gemessene Drucksignal mit Mängeln behaftet. Abgesehen davon, daß die Anstiegszeit der Sonde gegenüber jener der Stoßwelle noch weitaus zu groß ist, machen sich im Verlauf des Druckabfalls hinter der Stoßfront Störungen bemerkbar, die von unvermeidlichen Reflexionen der Stoßwellen an den Grenzflächen des Einbettungsmediums der Folie herrühren. Trotzdem sind die Registrierungen sehr gut verwendbar, wenn man sie mit einer Theorie in Ver-

bindung bringt, die es gestattet, sie in einer überprüfbar Weise zu korrigieren.

Wie Beobachtungen verschiedener Autoren gezeigt haben und auch eigene Messungen bestätigen, behalten derartige Explosionsstoßwellen über einen großen Bereich der Ausbreitung ihre charakteristische Form des exponentiellen Druckabfalls hinter der Stoßfront bei. Im vorliegenden Fall läßt sich der zeitliche Druckabfall in verschiedenen Abständen von der Drahtachse durchweg mit der einfachen Beziehung

$$p = P \exp(-t/\Theta) \quad (2)$$

beschreiben (P Druck an der Stoßfront). Die „Abklingzeit“ Θ nimmt im zeitlichen Verlauf der Stoßwellenausbreitung zu. Auf Grund der Gültigkeit von Gl. (2) kann eine Korrektur der Registrierungen leicht auf graphischem Weg durchgeführt werden. Sie ist in Abb. 3 eingetragen.

Die Messungen der Druckprofile konnten naturgemäß nur innerhalb eines bestimmten Laufbereiches der Stoßwellen erfolgen – nicht zu nahe am Entstehungsort wegen der elektrischen Störungen und nicht zu weit davon entfernt wegen zu schwacher Signale. Es war nun eine Theorie wünschenswert, welche die Abnahme der Stoßwellenenergie bzw. der Druckspitze an der Stoßfront im zeitlichen bzw. räumlichen Verlauf der Stoßwellenausbreitung zu beschreiben gestattet. Eine solche Theorie sollte dann nicht nur eine Ermittlung der Stoßwellenenergie innerhalb jener Abstandsgebiete ermöglichen, in denen eine Druckregistrierung nicht oder nur ungenau erfolgen kann, sondern gleichzeitig auch eine Überprüfung der Güte der Korrektur der Registrierung gestatten.

Von den verschiedenen Theorien, die sich mit Unterwasserexplosionen und den dabei auftretenden Stoßwellen beschäftigen, sind nur wenige – und nur bedingt – auf zylindersymmetrische Probleme übertragbar. Sie gelten fast alle nur für große Abstände vom Entstehungsort der Stoßwellen, da für die angestrebte geschlossene Lösung entsprechend vereinfachende Näherungen gemacht werden müssen.

Brinkley und Kirkwood^{4,5} haben eine Theorie entwickelt, welche die Ausbreitung ebener wie auch sphärischer und zylindrischer Stoßwellen darzustellen gestattet. Für den Verlauf einer zylindrischen Stoßwelle mit exponentiellem Druckabfall hinter der Stoßfront liefert sie ein System aus zwei gewöhn-

lichen Differentialgleichungen (3), (4), von denen die eine die Änderung der Druckspitze an der Stoßfront, die andere die Änderung der Stoßwellenenergie bei der Ausbreitung beschreibt:

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dR} &= - \left[\frac{2\pi R P^3}{W} + \frac{P^2}{R} \right] \alpha(P) - \frac{2P}{R} \beta(P), \\ \alpha(P) &= \frac{1}{\varrho_0 U^2} \frac{G}{2+2g-G}, \\ \beta(P) &= \frac{\varrho_0}{\varrho} \frac{1}{2+2g-G}, \\ g &= 1 - \frac{P}{U} \frac{dU}{dP}, \\ G &= 1 - (\varrho_0 U / \varrho c)^2.\end{aligned}\quad (3)$$

$$dW/dR = -2\pi R \varrho_0 \tilde{E}. \quad (4)$$

Für die Abklingzeit des Druckprofils gilt:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\Theta} &= \frac{2\pi R}{W} \gamma(P) + \frac{1}{R} \delta(P), \\ \gamma(P) &= \frac{1}{\varrho_0 U (2+2g-G)} \left[\frac{\varrho (1+g-G)}{\varrho_0^2 U^2} P^3 \right. \\ &\quad \left. + (1+g) P^2 \right], \\ \delta(P) &= \frac{1}{2+2g-G} \left[\frac{\varrho (1+g-G)}{\varrho_0^3 U^3} P^2 + \frac{g}{\varrho_0 U} \right. \\ &\quad \left. P + \frac{\varrho_0 U}{\varrho} \right].\end{aligned}\quad (5)$$

Dabei sind: P der Druck an der Stoßfront (der Druck vor der Stoßwelle wird wie auch im folgenden vernachlässigt), R die Lagrange-Koordinate des Abstandes von der Zylinderachse, U die Stoßfrontgeschwindigkeit, c die Schallgeschwindigkeit, \tilde{E} die in der Stoßfront dissipierte Energie pro Masseneinheit, ϱ_0 und ϱ die Dichten des Ausbreitungsmediums vor und innerhalb der Stoßfront sowie schließlich W die Stoßwellenenergie pro Längeneinheit der Zylinderachse. (Die Abnahme von W ist praktisch nur durch die Dissipation in der Stoßfront \tilde{E} bedingt.)

Gleichung (3) wird aus vier partiellen Differentialgleichungen (6) hergeleitet, in denen Ableitungen des Druckes und der Teilchengeschwindigkeit u

nach der Zeit und dem vom Entstehungsort aus zurückgelegten Weg der Stoßwellen auftreten.

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varrho_0} \frac{\partial P}{\partial R} &= 0, \\ \frac{\varrho}{\varrho_0} \frac{\partial u}{\partial R} + \frac{1}{\varrho c^2} \frac{\partial P}{\partial t} &= - \frac{u}{R}, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial R} - \frac{g}{\varrho_0 U} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{g}{\varrho_0} \frac{\partial P}{\partial R} &= 0, \\ \frac{1}{u} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial t} &= - \frac{2\pi R P u}{W} - \frac{u}{R}.\end{aligned}\quad (6)^*$$

Die ersten beiden dieser Gleichungen werden aus den auf die Stoßfront bezogenen Grundgleichungen der Kontinuität und der Bewegung erhalten, die dritte aus der Rankine-Hugoniot-Impulsgleichung $P = \varrho_0 U u$. (Die Teilchengeschwindigkeit u vor der Stoßfront wird wiederum als vernachlässigbar angenommen.) Die letzte Gleichung wird ausgehend von der Überlegung erhalten, daß die Stoßwellenenergie sich nur durch die Dissipation ändert, und daß sie damit in einem bestimmten Abstand vom Entstehungsort gleich der von diesem Abstand bis nach dem Unendlichen hin dissipierten Energie sein muß. Wegen des im vorliegenden Fall gegebenen exponentiellen Druckabfalls hinter der Stoßfront hat die Gleichung diese einfache Form.

Aus der eben genannten Überlegung ergibt sich auch die Gl. (4), welche die Energieabnahme der Stoßwelle längs ihres Laufweges beschreibt. Diese Energie läßt sich, wie nachstehend gezeigt wird, mit Hilfe der Rankine-Hugoniot-Energiegleichung und der Zustandsgleichung des Wassers als Funktion der Druckspitze der Stoßwelle ausdrücken, wodurch die Kopplung zu Gl. (3) gegeben ist.

Im Hinblick darauf, daß die Temperaturerhöhung vernachlässigbar ist, wird für die Zustandsgleichung des Wassers die Beziehung

$$p = B \left[\exp \left(\frac{n(V_0 - V)}{V_0} \right) - 1 \right] \quad (7)$$

verwendet, die sich aus der empirisch gefundenen Tait-Formel (8) für die Kompressibilität durch Integration ergibt:

$$\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dp} \right)_T = \frac{1}{n(p+B)}. \quad (8)$$

* Die Auflösung der Gl. (6) ist bei Brinkley und Kirkwood offensichtlich mit einem Rechenfehler behaftet, weshalb Gl. (3) hier eine etwas andere Form besitzt.

Hier sind: n eine Konstante, B eine nur wenig von der Entropie abhängige Größe, die im Rahmen der hier benötigten Genauigkeiten ebenfalls als konstant angesehen werden kann, und V das spezifische Volumen ($V_0 = 1/\rho_0 = 1,0018 \text{ cm}^3/\text{g}$). In ^{5,6} sind für reines Wasser von 20 °C Werte für die beiden ersten Konstanten angegeben: $n = 7,47$ und $B = 2,92 \text{ kbar}$. Damit berechnete Volumenänderungen stimmen bis zu einem Druck von 10 kbar innerhalb 0,7% mit gemessenen Werten überein.

Für den Energieanteil, der bei einer Stoßwelle in Wasser dissipiert wird, läßt sich ein Näherungsausdruck herleiten, der bis zu einer Druckspitze von etwa 10 kbar verwendet werden kann. Dabei wird ausgegangen vom Zusammenhang zwischen der dissipierten Energie und der Änderung der Entropie:

$$\tilde{E} = T \Delta S. \quad (9)$$

Für letztere gilt nach dem ersten Hauptsatz

$$\Delta S = \int_{T_0}^T (C_v/T') dT' + \int_{V_0}^V (\partial p / \partial T)_{V'} dV'. \quad (10)$$

Wie eine Abschätzung zeigt, kann in Gl. (10) das zweite Integral für den hier interessierenden Zustandsbereich ($T < 100 \text{ °C}$, $p \lesssim 10 \text{ kbar}$) vernachlässigt werden. Außerdem darf die spezifische Wärme bei konstantem Volumen C_v in diesem Bereich als konstant angesehen werden. Somit ergibt sich für die Entropieänderung der einfache Ausdruck

$$\Delta S = C_v (\ln T - \ln T_0). \quad (11)$$

Die dissipierte Energie kann man unter den gegebenen Bedingungen mit der Änderung der inneren Energie gleichsetzen. Für diese gilt nach dem ersten Hauptsatz

$$dE = C_v dT - [p - T(\partial p / \partial T)_v] dV. \quad (12)$$

Bei analogen Vernachlässigungen wie zuvor erhält man aus Gl. (12) näherungsweise

$$\Delta E = C_v \Delta T - \int_{V_0}^V p dV'. \quad (13)$$

Aus Gl. (11) läßt sich mit Gl. (13) die Temperatur T eliminieren:

$$\Delta S = C_v \ln \left(1 + \frac{\Delta E + \int p dV}{C_v T_0} \right). \quad (14)$$

Unter Berücksichtigung der Rankine-Hugoniot-Energiegleichung

$$E - E_0 = \frac{1}{2} P \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right) \quad (15)$$

und der Zustandsgleichung (7) erhält man aus Gl. (14) für die Entropieänderung in der Stoßfront

$$\Delta S = C_v \ln \left[1 - \frac{\left(\frac{P}{2} + B \right) \Delta V + \frac{P V_0}{n}}{C_v T_0} \right]. \quad (16)$$

Hier zeigt sich, daß im zweiten Term des Klammerausdrucks für $P \lesssim 10 \text{ kbar}$ der Zähler sehr klein gegenüber dem Nenner wird, so daß sich schließlich für die in der Stoßfront dissipierte Energie näherungsweise folgender Ausdruck ergibt:

$$\tilde{E} = T \Delta S = - \left(\frac{P}{2} + B \right) \Delta V - \frac{P V_0}{n}. \quad (17)$$

Nach dieser Beziehung errechnete Energiewerte zeigen im hier interessierenden Druckbereich gute Übereinstimmung mit den Werten aus ⁷.

Durch Einsetzen von Gl. (17) in Gl. (4) wird es möglich, das Gleichungssystem (3), (4) numerisch zu lösen, wenn man berücksichtigt, daß sich in Gl. (4) verschiedene Größen mit Hilfe der Zustandsgleichung so ausdrücken lassen, daß nun eine Kopplung zu Gl. (3) gegeben ist:

$$g = 1 - \frac{P \sqrt{n V_0}}{2 U^2} \left[\frac{n \left(1 - \frac{V}{V_0} \right) - \frac{P}{P+B}}{n^2 (1 - V/V_0)^2} \right],$$

$$U = \sqrt{V^2 P / (V_0 - V)},$$

$$c = V \sqrt{n(P+B)}. \quad (18)$$

Die Integration der Gln. (3), (4) wurde nach dem Runge-Kutta-Verfahren durchgeführt. Voraussetzung dafür sind drei experimentell zu bestimmende Anfangswerte: für die Druckspitze (P_A) und die Stoßwellenenergie (W_A) in einem bestimmten Abstand (R_A) vom explodierenden Draht. Die Stoßwellenenergie wird aus der Abklingkonstanten des Druckes (Θ_A) bestimmt, was — wie eine Überprüfung zeigte — wegen des immer gleichartigen, exponentiellen Druckabfalls hinter der Stoßfront nicht genauere Energiewerte liefert als das übliche Verfahren über eine Integration des Druckprofils. Für den Zusammenhang zwischen W und Θ ergibt sich aus einer analog zu der in ⁵ für den sphärischen Fall angegebenen Beziehung (19)

$$W = \frac{2 \pi R}{\rho_0 c_0} \int_{t_0(R)}^{\infty} p^2(t) dt + \frac{\pi}{\rho_0} \int_{t_0(R)}^{\infty} p(t) \int_{t_0(R)}^t p(t') dt' dt \quad (19)$$

unter Berücksichtigung der Gl. (2) folgender Ausdruck:

$$W = \frac{\pi \varrho_0 R P^2 \Theta}{\varrho_0 c_0} - \frac{\pi \Theta^2 P^2}{2 \varrho_0}. \quad (20)$$

Bei den Auswertungen zeigte sich, daß der zweite Term in Gl. (20) nur einige Prozent des ersten beträgt, so daß – insbesondere angesichts des relativ großen Fehlers von Θ – der Integrations-Anfangswert für die Energie auch allein aus dem ersten Term bestimmt werden kann.

Vergleich experimenteller Werte mit der Theorie

Es wurden Registrierungen des Druckprofils der Stoßwellen unter verschiedenen experimentellen Ausgangsbedingungen in diversen Abständen vom explodierenden Draht durchgeführt. Variiert wurden die Abmessungen der verwendeten Kupferdrähte sowie die maximale Ladespannung der Kondensatorbatterie, und zwar jeweils etwa um einen Faktor 4 ausgehend von einer Drahtlänge $l = 5$ cm, einem Drahtdurchmesser $d = 0,1$ mm und einer Ladespannung $U_L = 7,5$ kV. Da die charakteristischen Merkmale des radialen Verlaufes der ermittelten Stoßwellengrößen in allen Fällen etwa gleich waren, soll hier nur auf das Beispiel einer Stoßwelle eines bei $U_L = 15$ kV explodierten Drahtes von $l = 10$ cm und $d = 0,2$ mm näher eingegangen werden.

In Abb. 4 sind die in verschiedenen Abständen von der Drahtachse erhaltenen Meßwerte für die Druckspitzen unter Berücksichtigung der mittleren Fehler eingetragen. Als Ausgangswert für die Integration wurden für den Abstand $R_A = 9$ cm, bei dem die Messung eine Druckspitze von $P = 180$ bar ergab, verschiedene Energien angenommen. Der an diesem Abstand aus dem gemessenen Druckprofil (Abklingzeit $\Theta_A = 4,0 \mu\text{sec}$) ermittelte Energiewert betrug $W_A = 2,45$ J/cm. Aus der Kurvenschar ist zu entnehmen, daß sich die Kurven mit Anfangswerten für W_A etwa zwischen 2,2 und 3,0 J/cm am besten mit den anderen Meßpunkten in Einklang bringen lassen. Für das offensichtliche Herausfallen des Meßwertes bei $R = 5,6$ cm kann keine endgültige Erklärung gegeben werden. Da die Sonden jedoch häufig durch die Stoßwellen zerstört wurden, können herstellungsbedingte Abweichungen der Sondencharakteristiken hierfür verantwortlich sein. Eine gleich gute Übereinstimmung ergibt sich für die Abkling-

zeit (Abbildung 5). Allerdings sind hier die Messungen mit einem weitaus größeren Fehler behaftet.

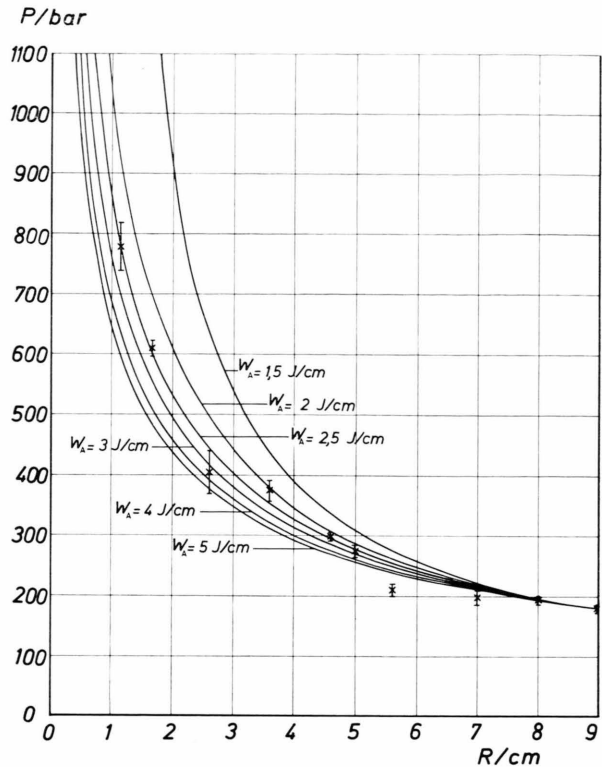


Abb. 4. Meßwerte der Druckspitzen P der Stoßwelle in verschiedenen Abständen R von einem explodierenden Kupferdraht ($l = 10$ cm, $d = 0,1$ mm, $U_L = 15$ kV) und Lösungskurven der Differentialgleichungen für verschiedene Integrations-Anfangswerte von W_A . Die beiden anderen Anfangswerte sind: $R_A = 9$ cm, $P_A = 180$ bar.

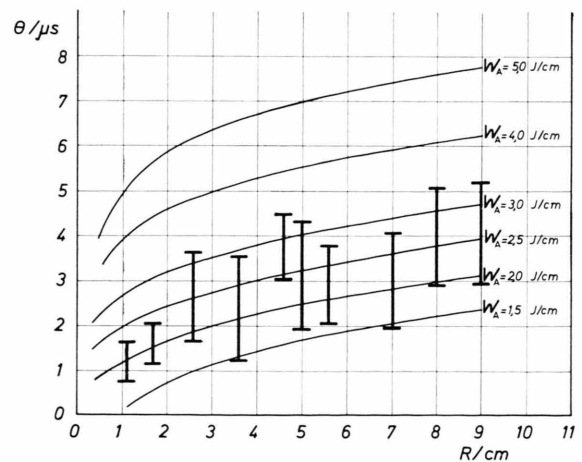


Abb. 5. Abklingzeiten der Druckprofile in verschiedenen Abständen entsprechend Abbildung 4.

Den Energieverlauf für verschiedene Integrations-Anfangswerte zeigt Abbildung 6.

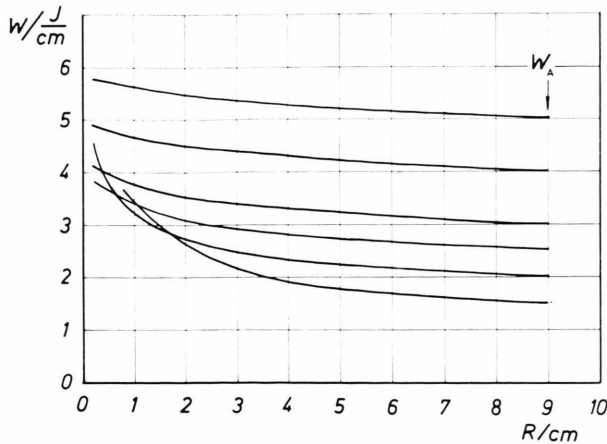


Abb. 6. Verlauf der Energiewerte entsprechend Abbildung 4. Die Werte bei $R = 9$ cm sind die Anfangswerte W_A der Integration.

Um den Verlauf der Druckspitze bei kleinen Abständen vom Entstehungsort zu verdeutlichen, ist dieser in Abb. 7 bis in den Bereich der Drahtoberfläche in logarithmischem Maßstab aufgetragen. Wie insbesondere auch hieraus zu ersehen ist, ergeben kleine Anfangswerte für W_A bei der Integration gegen die Drahtachse zu eine starke Zunahme der Druckspitze. Die Kurven für $W_A = 2$ bis 5 J/cm ver-

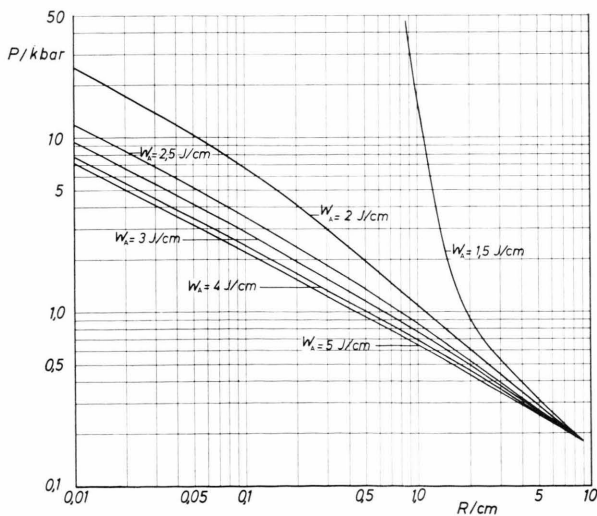


Abb. 7. Differentialgleichungs-Lösungskurven für die Druckspitzen (wie in Abb. 4) mit besonderer Berücksichtigung des Nahbereichs der Drahtoberfläche.

laufen nur leicht divergent. Eine Bestimmung der Anfangsenergie aus der Steigung der Kurven wäre daher nur bei extremer Genauigkeit der Messungen der Druckspitze möglich. Wie aus Abb. 5 hervorgeht und ein zu Abb. 6 analoges, logarithmisches Auftragen von Θ noch besser zeigt, bleiben die Abklingzeiten innerhalb eines relativ großen Intervalls der Stoßwellenausbreitung in ihrem Verhältnis zueinander weitgehend konstant. Erst bei kleinen Abständen von der Drahtachse nähern sich die Kurven.

Da der Anstieg der Druckspitze gegen die Drahtachse zu bei zunehmendem W_A kleiner wird (Abb. 7), bleibt auch die unmittelbar nach dem Ablösen der Stoßwelle dissipierte Energie kleiner. (Die Stoßwellenenergien nähern sich einander gegen die Drahtachse zu, s. Abbildung 6.) Während die Energie der Stoßwelle – wie aus dem Vergleich zwischen Experiment und Theorie in Abb. 4 hervorgeht – bei $R = 9$ cm etwa zwischen $2,2$ und 3 J/cm liegt, betragen die Unterschiede am Entstehungsradius nur noch etwa 2% .

Für gewisse Anwendungen, z. B. bei Hydrosark-Verfahren, ist auch noch der Impuls der Stoßwelle von Interesse. Dieser ist im vorliegenden Fall gegeben durch

$$I = \int_{t_0(R)}^{\infty} p(t) dt = P \Theta. \quad (21)$$

Abbildung 8 zeigt die Abhängigkeit des Impulses pro Flächeneinheit vom Laufweg der Stoßwelle. Bemerkenswert sind die großen Maxima der Kurven, die jedoch bei sehr kleinen Abständen liegen und daher für Anwendungen nicht von Belang sind.

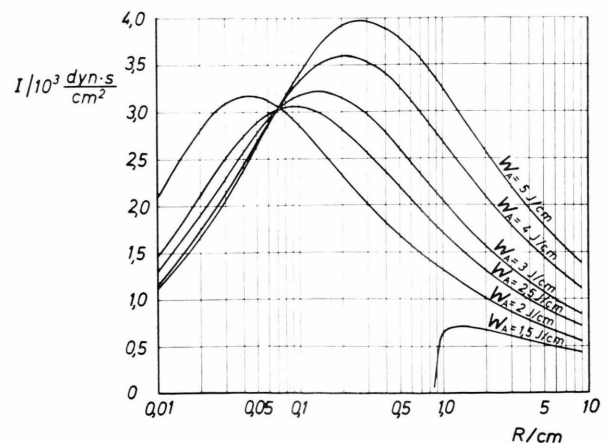


Abb. 8. Der Impuls pro Flächeneinheit der Stoßfrontfläche, berechnet mit denselben Integrations-Anfangswerten wie bei Abbildung 4.

Einfluß der Meßfehler

Durch eine Variation der Integrations-Anfangswerte mit vorgegebenen Abweichungen vom experimentell ermittelten Wert kann der Einfluß solcher Abweichungen auf den theoretischen Kurvenverlauf und auf dessen Abweichung von den anderen Meßpunkten untersucht werden. Dies ist gleichbedeutend mit einer Untersuchung des Einflusses von Fehlern bei der experimentellen Bestimmung der Integrations-Anfangswerte und ist insofern von Interesse, als die Änderungen der Stoßwellengrößen bei der Ausbreitung ja mit möglichst wenigen Messungen erfaßbar sein sollten.

Wie sich ein experimenteller Fehler bei der Ermittlung der Abklingzeit auf den Energiewert und dann weiter auf den Verlauf der Druckspitze auswirkt, ist schon aus den Abb. 4 und 5 zu entnehmen. Um den Einfluß eines Meßfehlers des Anfangswertes der Druckspitze P_A zu ermitteln, wurde die Integration für das behandelte Beispiel mit Integrations-Anfangswerten durchgeführt, die um 5, 10 und 20% von $P_A = 180$ bar abweichen. Der Verlauf der Druckwerte in Abb. 9 zeigt, daß mit kleiner werdendem R die Kurven leicht divergieren. Dieser Effekt ist allein auf die unterschiedliche Energiedissipation zurückzuführen. Wie aus der quadratischen Abhängigkeit der Energie von der Druckspitze [s. Gl. (20)] zu erwarten ist, betragen die relativen Änderungen der zugehörigen Energien etwa das Zweifache der

relativen Druckänderungen. Auch die Energiekurven (Abb. 10) verlaufen daher wegen unterschiedlicher Dissipation gegen die Zylinderachse zu divergent.

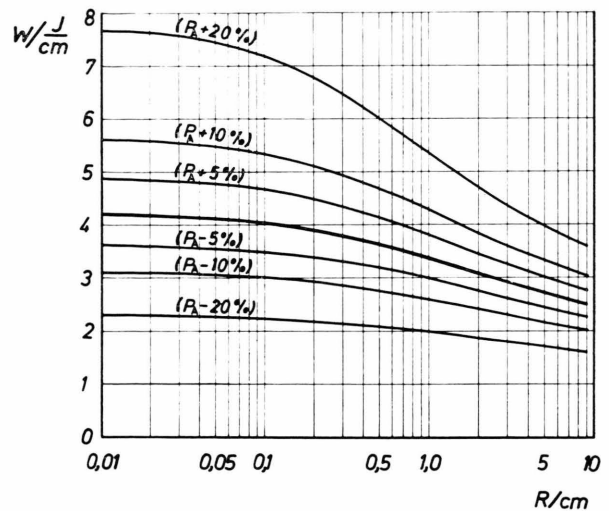


Abb. 10. Verlauf der Stoßwellenenergie bei Änderungen des Anfangswertes P_A ; $R_A = 9$ cm und $\Theta_A = 4$ μ sec.

Bei der Abklingzeit (Abb. 11) erreichen die zu verschiedenen Anfangsdrücken gehörenden Kurven ihre größten Abweichungen voneinander in einem Bereich, welcher der Messung noch durchaus zugänglich ist. Eine genauere Messung der Abklingzeiten könnte hier also zu einer Kontrolle bzw. Korrektur der P -Messung dienen und damit noch wesentlich bessere Energiebestimmungen ermöglichen. Derartige Messungen werden jedoch erst mit Hilfe geeigneter Drucksonden gelingen.

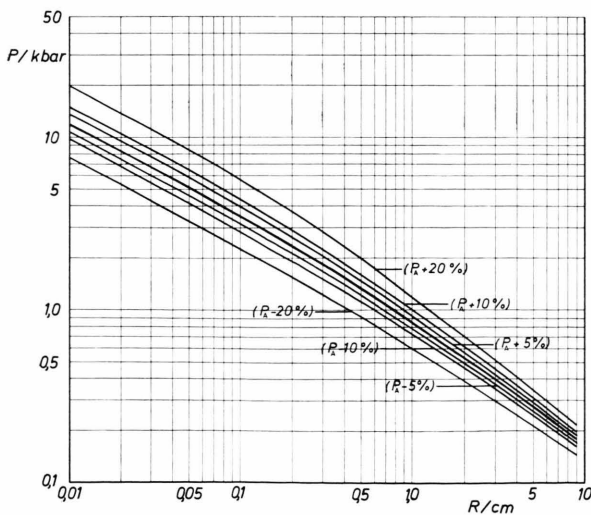


Abb. 9. Auswirkung einer Änderung des Integrations-Anfangswertes der Druckspitze auf den radialen Verlauf; $R_A = 9$ cm und $\Theta_A = 4$ μ sec (Meßwert).

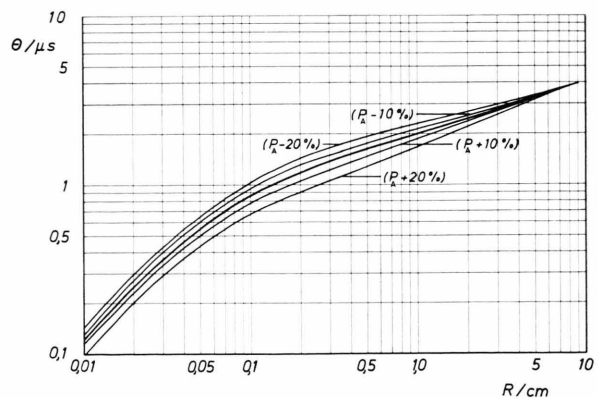


Abb. 11. Verlauf der Abklingzeit des Druckprofils der Stoßwelle bei Änderungen des Anfangswertes P_A ; $R_A = 9$ cm und $\Theta_A = 4$ μ sec.

Für eine optimale Übereinstimmung zwischen den experimentellen Werten und dem theoretischen Verlauf der Kurven wurde folgendes Verfahren am geeignetsten befunden: Es wird das Druckprofil der Stoßwelle an einem möglichst großen und an einem möglichst kleinen Abstand von der Drahtachse registriert. Aus der Registrierung bei großem Abstand werden die Integrations-Anfangswerte P_A und W_A [mit Hilfe von Gl. (20)] ermittelt. Weicht das mit diesen Werten für den kleinen Abstand berechnete Druckprofil vom gemessenen stark ab, so verändert man die Anfangswerte geringfügig, bis befriedigende Übereinstimmung gefunden wird. Auf diese Weise nutzt man die größere Genauigkeit der Ermittlung der Druckspitze bei großen Abständen (langsamerer Druckabfall) und die besseren Werte für die Abklingzeiten bei kleinen Abständen aus. Bei gleichzeitiger Druckregistrierung in einem entsprechend weit voneinander liegenden Abstand (Fehler jeweils 5–10%) gelingt auf diese Weise die Bestimmung der Energie – trotz der quadratischen Abhängigkeit von der Druckspitze – genauer als 5%.

Der Druck in der Entstehungsphase der Stoßwelle

Die Energieversorgung der Stoßwelle erfolgt innerhalb eines kurzen Anfangszeitintervalls. In dieser Zeit hat die Stoßfront einen gewissen Abstand vom Ausgangsort, d. h. der Drahtoberfläche aus erreicht. Erst von diesem Abstand an kann die Integration der Differentialgleichungen den richtigen Verlauf der Stoßwellengrößen wiedergeben. Wie Schmieraufnahmen zeigen, haben sich die Stoßwellen nach 1 bis 2 mm Laufweg vom Drahtzylinder abgelöst. Von diesem Zeitpunkt an expandiert der Draht nur mehr sehr langsam. Bis dahin hat die Stoßwelle nahezu ihre gesamte Energie aufgenommen. Die Druckspitze ändert sich, wie aus den Abb. 4 und 7 hervorgeht, besonders in den ersten Zehntel Millimetern sehr stark. Der anfänglich vorhandene Wert kann daher aus der Rechnung nicht entnommen werden. Anders verhält es sich mit der Energie der Stoßwelle. Wegen der geringen Dissipation innerhalb dieser kleinen Bereiche variiert sie nur sehr wenig mit dem Abstand.

Um den in der Entstehungsphase der Stoßwelle herrschenden Druck experimentell zu bestimmen, muß eine Präzisionsmessung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Stoßwelle durchgeführt werden,

was normalerweise nur mit sehr großem Aufwand möglich ist. Im vorliegenden Fall ist dies jedoch durch einen besonderen Umstand recht einfach erreichbar.

Abbildung 12 zeigt eine Schlieren-Schmieraufnahme, wie sie bei Drahtexplosionen unter den genannten Bedingungen erhalten werden kann. Schon vor dem Auftreten der eigentlichen Stoßwelle ist deutlich das Ablösen kleiner, schwacher Wellen zu erkennen, die von der Expansion beim Schmelzübergang des Drahtes herrühren. Diese Störungen breiten sich mit Schallgeschwindigkeit aus und lassen den thermodynamischen Zustand des Wassers weitgehend unverändert. Sie liefern eine sehr genaue Bezugsgröße, welche die erforderliche Präzisionsmessung der Stoßfrontgeschwindigkeit ermöglicht. In Abb. 13 sind die Verhältnisse schematisch dargestellt. Durch das Verhältnis der Strecken $AD/BD = U/c = M$ ist die Machzahl der Stoßfront gegeben. Der zugehörige Spitzendruck ergibt sich aus den Rankine-Hugoniot-Gleichungen $\varrho(U-u) = \varrho_0 U$ und $P = \varrho_0 U u$ sowie der Zustandsgleichung (7).

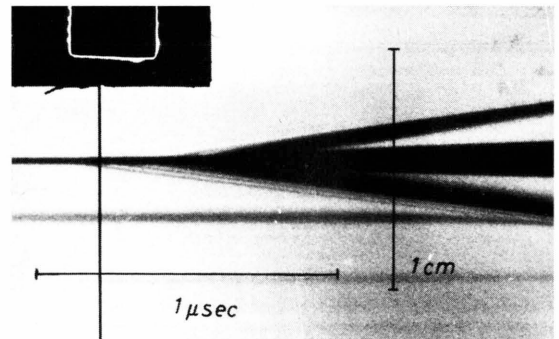


Abb. 12. Schlieren-Schmieraufnahme einer Drahtexplosion ($l = 10$ cm, $d = 0,3$ mm, $U_L = 20$ kV) mit bevorzugter Auflösung sehr geringer Dichteunterschiede.

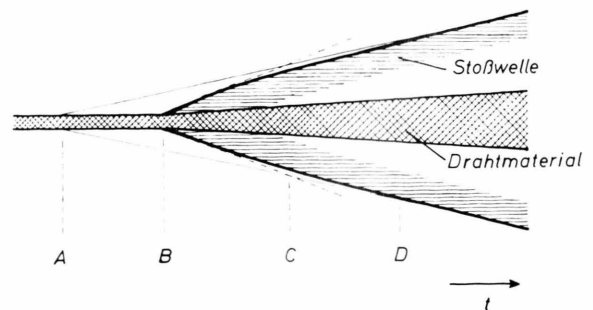


Abb. 13. Schematische Darstellung von Abbildung 12.

Diese Methode gibt eine über die Zeit BD gemittelte Geschwindigkeit. Der genaue Anfangsdruck wird durch die Tangente im Anfangspunkt der Expansion erhalten (in Abb. 13 gestrichelt gezeichnet). Für das Beispiel in Abb. 12 ergibt sich als Machzahl für den Ursprung der Stoßwelle $M = 1,45 \pm 0,5$, woraus $P = (8,5 \pm 1,5)$ kbar folgt.

Die Stoßwellenenergie bei unterschiedlichen Entladungsbedingungen

Wie frühere Untersuchungen bei Explosionen von Kupferdrähten in Luft unter sonst gleichen Bedingungen wie im vorliegenden Fall gezeigt haben, steigt die während des ersten Stromimpulses eingekoppelbare Energie in erster Linie mit zunehmendem Drahtdurchmesser, abnehmender Drahtlänge und bei Erhöhung der Ladespannung stark an. Bestimmungen der Stoßwellenenergie ergaben, daß die zur Aufheizung des Drahtmaterials verbleibende Energie (Differenz von elektrisch eingekoppelter Energie und Stoßwellenenergie pro Masseneinheit) bei Drahtexplosionen in Gasen sehr von den genannten Parameter abhängt.

Die Untersuchungen über die Energieaufteilung bei Explosionen in Wasser brachten das Ergebnis, daß auch hier eine größere Energieaufnahme bei Verwendung großer Drahtdurchmesser kurzer Drähte und hoher Ladespannung erreicht wird. Im Gegensatz zu Explosionen in Luft erfolgt diese jedoch hier ausschließlich zugunsten der Stoßwelle. In der nachstehenden Tab. 1 sind zur Veranschaulichung die in diesem Zusammenhang interessierenden Werte für drei Beispiele herausgegriffen.

Die vom Drahtmaterial pro Masseneinheit aufgenommene Energie bleibt im Rahmen der Meß-

genauigkeit konstant. Die Werte gelten für den Zeitpunkt nach Beendigung des ersten Stromimpulses, wenn das Material expandiert ist und die Stoßwelle sich abgelöst hat.

Die Differentialgleichungen der Theorie von Brinkley und Kirkwood beschreiben die Ausbreitung der Stoßwelle nur außerhalb des Bereiches, in dem diese noch energetisch versorgt wird. Ein Vergleich der Lösungskurven, ausgehend von den experimentell bestimmten Integrations-Anfangswerten bis in diesen Bereich, führt für alle untersuchten Stoßwellen auf eine anfängliche Druckspitze in der Größenordnung von 10 kbar. (Die unterschiedlichen Energien der Stoßwellen am Entstehungsort sind also im wesentlichen durch verschiedene Abklingzeiten der Druckprofile bedingt.)

Der Druck an der Stoßfront in der Entstehungsphase der Stoßwelle läßt sich auch aus den Schmieraufnahmen nach der im vorangegangenen Abschnitt erläuterten Methode abschätzen. Man erhält damit eine untere Grenze für den an der Drahtoberfläche herrschenden Druck. Auswertungen verschiedener Schmieraufnahmen ergaben hier einen übereinstimmenden Wert von rund 8 kbar.

Ermittelt man die bis zum Zeitpunkt des Expansionsbeginns des Drahtes (d. h. unmittelbar vor dem Abheben der Stoßwellen) eingekoppelte elektrische Energie bei verschiedenen Entladungsbedingungen, so erhält man auch hier immer ungefähr dieselbe Energiedichte von etwa 2,9 J/mg. Dieser Wert ist wesentlich geringer als die zu einer vollständigen Verdampfung benötigte Energie (ca. 6 J/mg). Der Draht ist also bis dahin erst gebietsweise verdampft, was mit Ergebnissen anderer Untersuchungen (s. z. B. ³⁾) bestens im Einklang steht.

Drahtdurchmesser	Ladespannung	Elektrisch eingekoppelte Energie	Stoßwellenenergie	Verbleibende Energiedichte
0,2 mm	15 kV	152 J	42 J	3,9 J/mg
0,3 mm	15 kV	344 J	110 J	3,7 J/mg
0,3 mm	20 kV	395 J	155 J	3,8 J/mg

Tab. 1. Energieaufteilung bei Explosionen von Kupferdrähten ($l = 10$ cm).

¹ H. Jäger u. R. Schöfer, Z. Naturforsch. **28 a**, 105 [1973].

² H. Jäger, Z. Naturforsch. **27 a**, 1586 [1972].

³ U. Seydel, R. Schöfer u. H. Jäger, Z. Naturforsch. **30 a**, 1166 [1975].

⁴ S. R. Brinkley u. J. G. Kirkwood, OSRD Report 4814 [1945] — Phys. Rev. **71**, 606 [1947].

⁵ R. H. Cole, Underwater Explosions, Dover Publ., New York 1965.

⁶ R. E. Gibson, J. Amer. Chem. Soc. **56**, 4 [1934].

⁷ M. H. Rice u. J. M. Walsh, J. Chem. Phys. **26**, 824 [1957].